TABAN ARİTMETİĞİ

a, b, c, d doğal sayıları t tabanından küçük olmak koşuluyla:

$(abcd)_t = a.t^3 + b.t^2 + c.t + d.t^0$ ifadesine sayının t tabanında çözümlenmesi veya onluk tabanda yazılım adı verilir.

- $t \geqslant 2$
- $t > a, b, c, d$
- 10 luk sistemdeki sayılarda taban yazılmasada olur.

$(32)_5 = 3.5^1 + 2.5^0 = 17$

$(200)_5 = 2.5^2 = 50$

$(10010)_2 = 1.2^4 + 1.2^1 = 16 + 2 = 18$

$(300000)_7 = 3.7^5$

$(3000)_8 = 3.8^3$

NOT :) Tersten düşünülürse 3.8^3 sayısı 8 tabanında yazılırsa

$(3\,0\,0\,0)_8$ şeklinde ifade edilir.
$8^3\,8^2\,8^1\,8^0$

$2.5^5 + 3.5^3 + 3.5^2 + 4 = (203304)_5$

$2^7 = (10000000)_2$

NOT :) a^n sayısı a tabanında yazılırsa (n+1) basamaklıdır.

1) 2^{20} sayısı 2 tabanında yazılırsa kaç basamaklı bir sayı elde edilir?

$2^{20} \Rightarrow 20 + 1 = 21$ basamaklıdır.

2) 4^{30} sayısı 2 tabanında yazılırsa kaç basamaklı bir sayı elde edilir?

$4^{30} = 2^{60} \Rightarrow 61$ basamaklı

3) 27^{12} sayısı 9 tabanında yazılırsa kaç basamaklı olur?

$27^{12} = 3^{36} = (3^2)^{18} = 9^{18} \Rightarrow 19$ bas.

4) a ve 6 sayı tabanı olmak üzere $(1a3)_6 + (204)_a$ toplamı nedir?

$a < 6$ ve $a > 4 \Rightarrow a = 5$

$(153)_6 + (204)_5 = 36 + 30 + 3 + 50 + 4$
$= 123$

5) x ve y farklı sayılardır.

$(xy4)_6 + (14)_y + (203)_x$ toplamının on tabanındaki değeri nedir?

$3 < x < 6 \qquad 4 < y < 6$
x → 4, ~~5~~ y → 5

$(454)_6 + (14)_5 + (203)_4$

$= 144 + 30 + 4 + 5 + 4 + 32 + 3$

$= 222$

6) a ve b sayı tabanı olduğuna göre $(3c4)_a + (2a1)_b$ ifadesinin onluk tabandaki en küçük değeri nedir?

$(3c4)_a + (2a1)_b$
c → 0, a → 5, a → 5, b → 6

$= (304)_5 + (251)_6$

$= 75 + 0 + 4 + 72 + 30 + 1$

$= 79 + 103$

$= 182$

7) x ve y birer sayı tabanı

$(35)_x = (23)_y$ olduğuna göre x+y en az kaçtır?

$(35)_x = (23)_y$

$3x+5 = 2y+3$

$3x+2 = 2y$

x	y
~~2~~	~~4~~
~~4~~	~~7~~
6	10
8	13
⋮	

x>5 olmalıdır.

a+b = 16

8) x, y ve 4 sayı tabanı

$(11)_x + (22)_y = (33)_4$ ise x+y toplamı en az kaçtır?

$x+1+2y+2 = 15$

$x+2y = 12$

x	y
~~6~~	~~3~~
4	4
2	5

$\Rightarrow 2+5 = 7$

9) 5 ve 6 sayı tabanı olmak üzere

$(134)_5 = (1x2)_6$ olduğuna göre x nedir?

$25+15+4 = 36+6x+2$

$44 = 38+6x$

$6 = 6x \Rightarrow x = 1$

10) 3 ve 4 sayı tabanı olmak üzere

$(1121)_3 = (aa3)_4$ olduğuna göre a nedir?

$27+9+6+1 = 16a+4a+3$

$43 = 20a+3$

$40 = 20a$

$\Rightarrow a = 2$

NOT:) Eğer verilen sayı virgüllü olursa

$(abc,def)_t$

$= a.t^2 + b.t + c.t^0 + d.t^{-1} + e.t^{-2} + f.t^{-3}$

şeklinde çözümlenir.

$(2,3)_5 = 2.5 + 3.5^{-1}$

$= 10 + \frac{3}{5} = \frac{53}{5}$

$(1,02)_4 = 1 + 0.4^{-1} + 2.4^{-2}$

$= 1 + \frac{2}{16} = \frac{18}{16} = \frac{9}{8}$

• **Herhangi bir tabanda verilen bir sayının istenilen başka bir tabanda yazılması:**

Verilen sayı önce on tabanında yazılır ve bu sayı dönüştürülmek istenen tabana bölme işlemi bitene kadar ardışık olarak bölünür. Sonra en sondaki bölümden başlanarak kalanlar yanyana yazılır.

• 123 sayısının 4 tabanındaki karşılığı bulunurken sayı zaten on tabanında verildiğinden direk olarak bölme işlemine geçilir.

$123 \div 4 = 30$, kalan 3; $30 \div 4 = 7$, kalan 2; $7 \div 4 = 1$, kalan 3; bölüm 1

$123 = (1323)_4$

• $(233)_4$ sayısının 3 tabanındaki karşılığı bulunurken önce on tabanına çevrilir sonra bölme işlemi yapılır.

$(233)_4 = 32+12+3 = 47$

$47 \div 3 = 15$, kalan 2; $15 \div 3 = 5$, kalan 0; $5 \div 3 = 1$, kalan 2; bölüm 1

$(233)_4 = (1202)_3$

11) 5 ve 6 sayı tabanı olmak üzere

$(xyz)_5 = (112)_6$ ise $x+y+z$ toplamı nedir?

$(112)_6 = 36+6+2 = 44$

$44 \div 5$: -40, 8, kalan ④; $8 \div 5$: -5, ①, kalan ③

$(134)_5 \to x\,y\,z$ $x+y+z = 8$

12) 2 ve 5 sayı tabanıdır.

$(1001)_2 + (1000)_2 = (ab)_5$ ise $a+b$ nedir?

$8+1+8 = (ab)_5$

$17 = (ab)_5$

$17 \div 5$: -15, ③, kalan ②

$(32)_5 \to a\,b \Rightarrow a+b = 5$

13) 3 ve 4 sayı tabanı

$(abcd)_3 = (223)_4$ ise $a+b+c+d$ toplamı nedir?

$(223)_4 = 32+8+3 = 43$

$43 \div 3$: -3, 13, -12, ①, 14; $14 \div 3$: -12, ②, 4; $4 \div 3$: -3, ①, ①

$(1121)_3 \to a\,b\,c\,d$

$a+b+c+d = 5$

14) $\frac{27}{25}$ sayısının 5 tabanındaki karşılığı nedir?

$\frac{27}{25} = 1 + \frac{2}{25} = 1 + 2.5^{-2} = (1{,}02)_5$

15) $\frac{3}{8}$ sayısının 4 tabanındaki karşılığı nedir?

$\frac{3}{8} = \frac{6}{16} = \frac{4+2}{16}$

$= \frac{4}{16} + \frac{2}{16} = \frac{1}{4} + \frac{2}{16}$

$= 1.4^{-1} + 2.4^{-2}$

$= (0{,}12)_4$

• **Aynı tabanda yapılan işlemler:**

– **Toplama ve çıkarma:**

$(231)_5 + (432)_5 = (1213)_5$

$(542)_8 - (311)_8 = (231)_8$

$(523)_8 - (245)_8 = (256)_8$

$(2000)_5 - (324)_5 = (1121)_5$

$(1000000)_8 - (231)_8 = (777547)_8$

– **Çarpma:**

$(32)_5 \times (43)_5$: $(201)_5 + (233)_5 = (3031)_5$

$(32)_4 \times (13)_4$: $(222)_4 + (32)_4 = (1202)_4$

16) $(43210)_5$ sayısının 24 fazlasının 5 tabanındaki karşılığı nedir?

$24 \div 5$: -20, ④, kalan ④ $24 = (44)_5$

$(43210)_5 + (44)_5 = (43304)_5$

17) $9^4 - 12$ ifadesinin eşiti olan sayı 3 tabanında yazıldığında elde edilen sayının rakamları toplamı nedir?

$9^4 = 3^8$ sayısı 3 tabanında 9 basamaklı

$(100000000)_3 - (110)_3 = (22222120)_3$

13 tür.

$12 \div 3$: -12, 4, kalan ⓪; $4 \div 3$: -3, ①, kalan ①